

UNTERRICHTSENTWURF

Unterrichtsbesuch im Fach Mathematik

[REDACTED]

[REDACTED]

Lerngruppe: 13/8 (m/w)

Zeit: 9:55h (3. Stunde)

Raum: 145

[REDACTED]

- **Thema der Unterrichtsreihe:** Differentialrechnung: Wie kann man die lokale Steigung eines beliebigen Funktionsgraphen definieren und bestimmen?
- **Thema der Unterrichtsstunde:** Wie sieht der Graph der Geschwindigkeit zu einem gegebenen Weg-Zeit-Graphen (Positions-Zeit-Graphen) aus und wie kann man die Bewegung praktisch nachvollziehen?
- **Unterrichtsgegenstand:** Theoretische und praktische Erarbeitung und Festigung des Zusammenhangs zwischen Funktion und Tangentensteigungsfunktion am Beispiel des Zusammenhangs zwischen Weg und Geschwindigkeit.
- **Kernanliegen/Ziele der Stunde:** Die SuS sollen den Zusammenhang zwischen der Funktion und der Tangentensteigungsfunktion theoretisch und praktisch erarbeiten, erfahren und schließlich festigen.
- **Lernziele:**
 - Es wird erwartet, dass die SuS
 - in Gruppen Überlegungen über das Verhalten der Tangentensteigungsfunktion zu einer gegebenen Funktion tätigen und auf Arbeitsblättern festhalten
 - erkennen, wie sich die Tangentensteigung (Geschwindigkeit) an markanten Punkten des Funktionsgraphen verhält.
 - evtl. das Verhalten der Tangentensteigung mit Begriffen wie Hoch-, Tief, Sattel- und Wendepunkt verbinden.

Begründung der Entscheidungen

Nachdem die Lerngruppe von 13 männlichen und 8 weiblichen SuS im neuen Halbjahr zunächst die trigonometrischen Funktionen bei Herrn Andersch näher kennen gelernt hat, habe ich sie mit dem Einstieg in die Differentialrechnung am 13.2.2007 übernommen. Als Einstiegsbeispiel habe ich dabei den Weg-Zeit Graphen einer Autofahrt gewählt. In den bisherigen Stunden lernten die Schüler ausgehend von dem Beispiel den Unterschied zwischen der Sekanten- und Tangentensteigung (anhand der Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit) kennen. Die Tangente an den Funktionsgraphen wurde bisher nicht exakt definiert. Es wurde lediglich durch einen Zoom mit Derive plausibel gemacht, dass sie der momentanen Steigung des Funktionsgraphen im unendlich kleinen Intervall entspricht. In der letzten Stunde wurde das erste Mal versucht den Graphen der Tangentensteigung zu einer gegebenen Funktion zu skizzieren. Dabei zeigte sich, dass viele SuS damit enorme Schwierigkeiten haben, obwohl sie durchaus in der Lage sind, die Tangente korrekt an den Funktionsgraphen zu zeichnen.

Aufgrund der bisherigen Erfahrungen habe ich mich daher entschlossen, in der folgenden Stunde den Zusammenhang zwischen Funktionsgraph und Tangentensteigungsgraph noch einmal selbstständig von den SuS erarbeiten zu lassen und den SuS Gelegenheit zu geben, den Zusammenhang praktisch zu erfahren und zu festigen.

Als Beispiel habe ich erneut eine Weg-Zeit bzw. Geschwindigkeits-Zeit Messung gewählt. Zum Einen, da das Beispiel an das Eingangsbeispiel anknüpft und zum Anderen, da mir somit aus der Physiksammlung Geräte zur Verfügung stehen, die eine praktische Umsetzung der mathematischen Sachverhalte ermöglichen. Ich denke, gerade diese praktische Umsetzung hilft bei der Erarbeitung und Festigung des Sachverhalts, da ich auf diese Weise eine handlungsorientierte Lernumgebung schaffe, die nach Aebli [1980/1981, 1983] besonders für ein effektives Lernen geeignet ist. In der geplanten Stunde sollen die SuS erleben, wie die mathematischen Inhalte an die praktische Welt gebunden sind. Neben den Aspekten der Differentialrechnung werden sie darüber hinaus noch einmal den Funktionsbegriff praktisch erleben, wenngleich er in der Stunde nicht näher thematisiert werden soll.

Zu Beginn der Stunde werde ich das Thema kurz vorstellen und gemeinsam mit den SuS die Funktion des Messgerätes besprechen. Außerdem wird es eine kurze Demonstration der Funktionsweise geben. Obwohl die Erklärung der Funktionsweise auch schriftlich auf dem Arbeitsblatt vorliegt (siehe Seite 6), halte ich diesen Schritt für sinnvoll, da so Verständnisprobleme im Plenum geklärt werden können und eine effektive Erarbeitungsphase wahrscheinlicher wird.

Danach sollen die Tabellen zu den Arbeitsblättern in Dreier und Vierergruppen bearbeitet werden (siehe Seite 6, 7 und 8). Hierbei sollen sich die SuS den Zusammenhang zwischen Funktion und Tangentensteigungsfunktion erst theoretisch überlegen. Ich habe mich bewusst dafür entschieden, die theoretische Erarbeitung der prakti-

schen Erarbeitung vorzuziehen, da somit die SuS Gelegenheit haben, ihr bisheriges Wissen für Hypothesen zu nutzen, die im Anschluss in der Praxis überprüft und gegebenenfalls korrigiert werden können. Auf diese Weise bekommt die Stunde meiner Meinung nach auch einen gewissen Spannungsbogen.

Die Gruppierung werde ich dem Zufall und der Sitzordnung überlassen. Einerseits, da die SuS meiner Erfahrung nach ungern von mir eingeteilt werden und andererseits, da das Arbeitsmaterial auch für ungleich starke Gruppen geeignet ist, weil die zu bearbeitenden Graphen von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad sind. Je nach Situation werde ich versuchen, das Arbeitsmaterial in Hinblick auf eine Binnendifferenzierung zu verteilen.

Während der Gruppenarbeit, werde ich Organisations- und Verständigungsfragen in den einzelnen Gruppen klären und mich mit konkreten inhaltlichen Tipps zurückhalten. Insgesamt habe ich für die Erarbeitungsphase in Gruppen ca. 15 Minuten veranschlagt. Nach 5 und 10 Minuten werde ich den SuS nacheinander zwei Tippkarten auf unterschiedlichem Niveau anbieten, um den Gruppen mit Schwierigkeiten ein Weiterarbeiten zu ermöglichen. Eine konkrete Lösung wird es aber nicht geben.

Nach der theoretischen Erarbeitung sollen die Gruppen ihre Ergebnisse unterstützt durch eine Folie, auf der die Graphen der Funktion und der Tangentensteigungsfunktion zu sehen sind (siehe Seite 11 bis 16), präsentieren. Dabei sollen sie auch Vermutungen äußern, wie die Bewegung zu ihrem Funktionsgraph konkret auszusehen hat. In dieser Phase lernen die SuS ihre Ergebnisse argumentativ darzustellen und evtl. zu verteidigen. Andererseits findet der Rest der SuS Gelegenheit seine Erkenntnisse anhand eines anderen Beispiels zu überprüfen und evtl. Kritik an dem Vorgestellten zu üben.

In der Phase der einzelnen Präsentationen und den damit verbundenen Diskussionen erwarte ich die meisten Schwierigkeiten. Im Extremfall könnten einzelne Gruppen beispielsweise kein Ergebnis oder nur ein Falsches präsentieren. Außerdem kann Verwirrung entstehen, wer von den Diskussionsteilnehmern Recht hat.

Genau an dieser Stelle kommt die praktische Umsetzung ins Spiel, die mit der Präsentationsphase im Wechselspiel einhergehen soll. Es kann jederzeit überprüft werden, wie sich der diskutierte Sachverhalt mit dem Experiment deckt. Bei der Messung einer Bewegung wird zunächst immer nur der Graph der Geschwindigkeit zu sehen sein, so dass die SuS diesen direkt mit dem theoretisch erarbeiteten Graph der Tangentensteigungsfunktion vergleichen können. Auf diese Weise können wiederum Vermutungen geäußert werden, in wie weit die beiden Graph zu dem vorgegebenen Funktionsgraphen passen. Zur Auflösung kann dann schließlich der gemessene Funktionsgraph mit dem vorgegebenen Funktionsgraphen direkt verglichen werden. Beim Experiment vollziehen die SuS im Gegensatz zu der theoretischen Erarbeitung damit gewissermaßen den umgekehrten Weg von der Tangentensteigungsfunktion zur Funktion. Ich denke, auf die Weise wird der Zusammenhang zwischen Funktion und Tangentensteigung für die SuS noch deutlicher.

Je nach Situation werde ich die Rahmenbedingungen für die jeweilige Gruppe allerdings anpassen. Hat eine Gruppe beispielsweise keinen Tangentensteigungsgraphen gezeichnet, weil sie den Funktionsgraphen nicht deuten konnte, werde ich sie auffordern, zunächst einen ähnlichen Funktionsgraphen nachzugehen und dabei ihre Geschwindigkeit im Auge zu behalten. Die gesamte Präsentations- und Experimentierphase dient letztendlich insbesondere dazu, Verknüpfungen zwischen theoretischem Wissen und praktischen Erfahrungen zu ermöglichen.

Die Sicherung der Ergebnisse soll ebenfalls im Verlauf der Präsentations- und Experimentierphase geschehen. Die SuS haben alle dieselben Tabellen vorliegen, in denen sie gegebenenfalls neue Erkenntnisse festhalten können. Auf diese Weise arbeiten die Gruppen sich gegenseitig zu und die Sicherung findet nicht künstlich isoliert statt.

Je nach Situation werde ich nicht alle Gruppen ausführlich präsentieren lassen, da manche Ergebnisse eventuell keine neuen Erkenntnisse bringen. Auf jeden Fall werde ich aber die Folien aller Gruppen einsammeln, um so die Arbeiten der SuS zu würdigen.

Insgesamt werde ich das vorgestellte Thema für eine Doppelstunde verwenden. Im Anschluss der bisher vorgestellten Erarbeitung, soll den markanten Punkten des Funktionsgraphen Begriffe wie Hoch- Tief- Sattelpunkt zugeordnet werden, falls diese noch nicht von den SuS genannt worden sind. Außerdem kann das Messgerät noch für einen kleinen Wettbewerb genutzt werden, bei dem die SuS ihre Erkenntnisse vertiefen und festigen können. Zu diesem Zweck kann man das Messgerät auch mit zwei Sendern betreiben. Denkbar wäre z.B. einen Funktionsgraphen oder Tangentensteigungsgraphen vorzugeben, der dann von zwei Kandidaten durch eine Bewegung reproduziert werden muss. Gewonnen hat dann derjenige, dem die Reproduktion am Besten gelungen ist.

Je nach zeitlichem Verlauf und Situation können die Vorhaben für die zweite Stunde auch teilweise in der ersten Stunde realisiert werden. Ebenso ist es denkbar, dass die Präsentation der Ergebnisse in der zweiten Stunde fortgesetzt wird, falls die SuS mehr Zeit für die Erarbeitung der Zusammenhänge benötigen.

Als Hausaufgabe werde ich den SuS schließlich einige Funktionsgraphen zum graphischen Differenzieren geben, damit jeder zu Hause noch einmal selbstständig das Erarbeitete anwenden muss.

Das Messgerät und den Computer werde ich während der Stunde selbst bedienen, da eine Einführung für die SuS zu komplex wäre.

<u>Literatur:</u> Aebli, H., Denken: Das Ordnen des Tuns, Bd. 1 Stuttgart 1980, Bd 2 Stuttgart 1981 Aebli, H, Zwölf Grundformen des Lehrens, Stuttgart 1983	<u>Anhang:</u> Verlaufsplan (Seite 5) Arbeits- und Informationsblatt (Seite 6) Tabelle zum Arbeitsblatt (Seite 7 und 8) Tippkarten (Seite 9 und 10) Folien für die Erarbeitung (Seite 11 bis 16) Lösung (Seite 17 und 18)
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Verlaufsplan der Unterrichtsstunde von Olaf Koch / Kurs 11 GK Andersch am Fr, 23.02.2007 um: 09.55-10.40 Uhr

Thema: Wie sieht der Graph der Geschwindigkeit zu einem gegebenen Weg-Zeit-Graphen (Positions-Zeit-Graphen) aus und wie kann man die Bewegung praktisch nachvollziehen?

<i>Unterrichtsphasen</i>		<i>Handlungsschritte im Arbeits- und Lernprozess und Inhaltsbezüge</i>	<i>Vermittlungsaspekte: Arbeits- und Sozialformen / Medien und Materialien</i>	<i>Funktionen der Handlungsschritte bzw. die von den Schüler/innen zu erwerbenden Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten („LERNZIELE“)</i>
Einstiegsphase	10 min	Präsentation des Themas und Demonstration der Funktionsweise des Messgeräts.	LV / EX / UG	
	Theoretische Erarbeitung 15 min	Skizzieren eines Tangentensteigungsgraphen zu einem gegebenen Funktionsgraphen. Bestimmung des Verhaltens der Funktion und des Verhaltens der Tangentensteigungsfunktion an markanten Punkten.	GA	Die SuS sollen selbstständig ihr bisheriges Wissen anwenden und theoretische Überlegungen anstellen.
	Präsentation/Experiment – praktische Erarbeitung/ Ergebnissicherung 25 min	Präsentation und Diskussion der theoretischen Ergebnisse und praktische Überprüfung	SV / OHP / UG / BE / TA	Die SuS sollen ihre Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen Funktion und Tangentensteigungsfunktion überprüfen, vertiefen und festigen.

BE: Beamer, GA: Gruppenarbeit, LV: Lehrervortrag, OHP: Overheadprojektor, SV: Schülervortrag, TA: Tafel, UG: Unterrichtsgespräch, EX: Experiment

Arbeitsblatt: Graphen erlaufen mit V-Scope

Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen Funktion und Tangentensteigungsfunktion am Beispiel des Zusammenhangs zwischen Position und Geschwindigkeit.

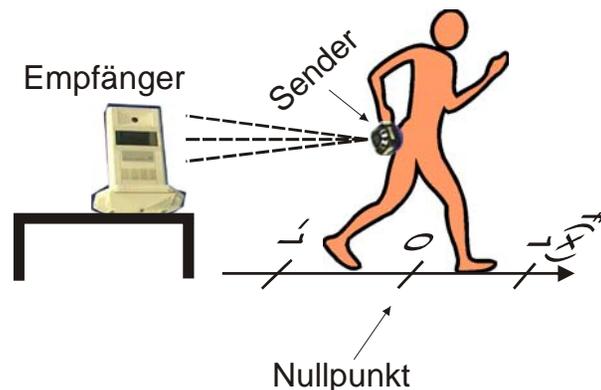
So funktioniert es:

Mit Hilfe des V-Scope Messgeräts könnt ihr einen Funktionsgraphen und dessen Tangentensteigungsgraphen selbst „erlaufen“...

Als Funktionswerte zeichnet das Gerät während der Bewegung die Position des Senders relativ zum Nullpunkt in Abhängigkeit von der Zeit auf (siehe Skizze unten). (Dabei spielt die Höhe des Senders keine Rolle)

Neben der Position des Senders kann das Gerät außerdem die Geschwindigkeit des Senders in Abhängigkeit von der Zeit und somit die Werte der Tangentensteigung während der Bewegung anzeigen.

(Eine positive Geschwindigkeit bedeutet, dass sich der Sender vom Empfänger weg bewegt. Dem entsprechend bewegt sich der Sender bei einer negativen Geschwindigkeit zum Empfänger hin.)



Eure Aufgabe:

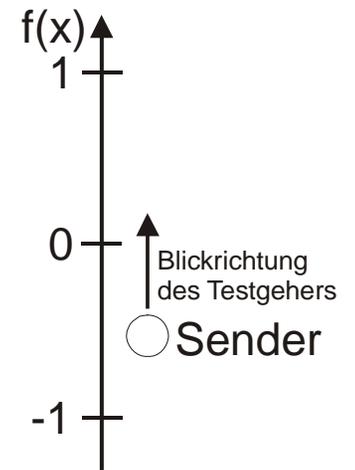
Ihr sollt ein paar theoretische Überlegungen durchführen, die ihr im Anschluss in der Praxis überprüfen könnt:

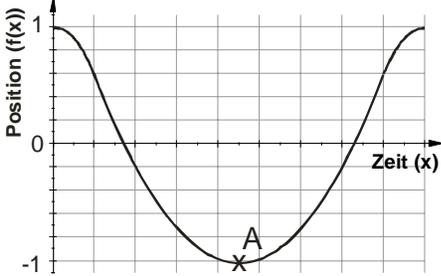
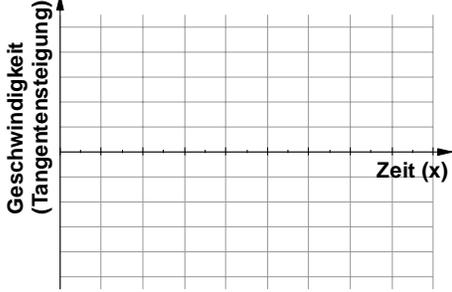
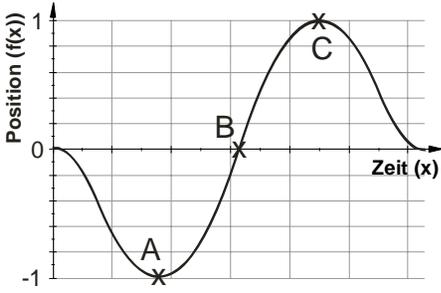
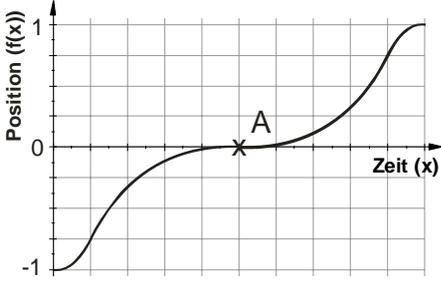
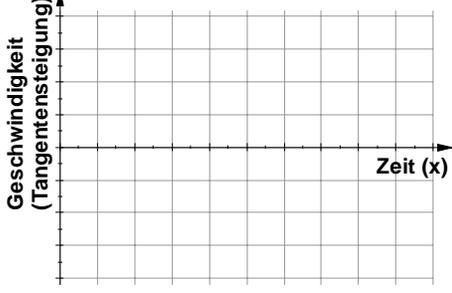
- **Vervollständigt die markierte Zeile in der beigefügten Tabelle und skizziert den Graph der Geschwindigkeit (Tangentensteigung) auf der beigefügten Folie.**

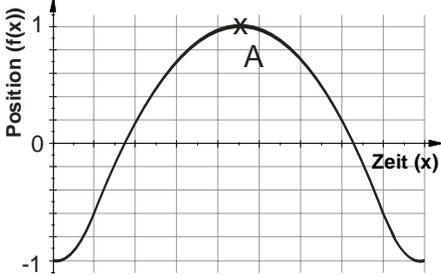
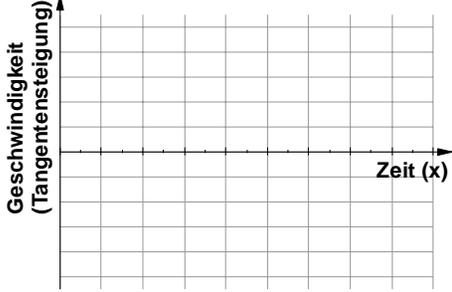
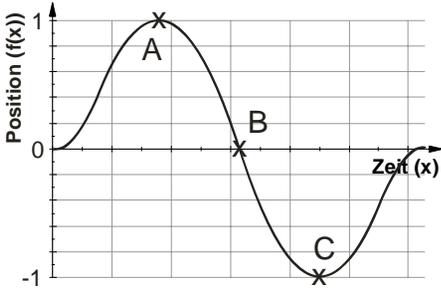
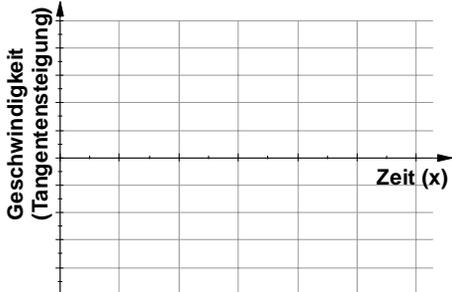
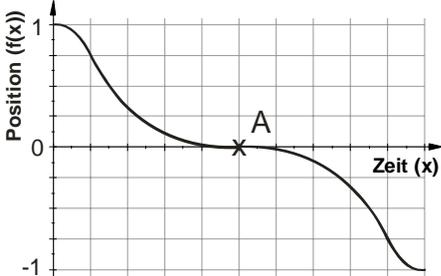
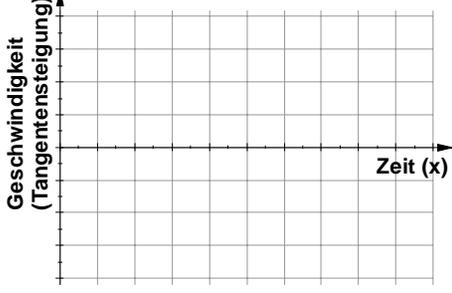
- **Bereitet euch anhand der nebenstehenden Skizze vor, eine Bewegung zu vollziehen, bei der ähnliche Funktionsgraphen und Tangentensteigungsgraphen wie in der von euch bearbeiteten Zeile vom Messgerät aufgezeichnet werden.**

(Achtung! Um den Schwierigkeitsgrad zu steigern, seht ihr während der Bewegung nur den Geschwindigkeitsgraphen (Tangentensteigungsgraphen). Für die gesamte Bewegung habt ihr 9 Sekunden Zeit.)

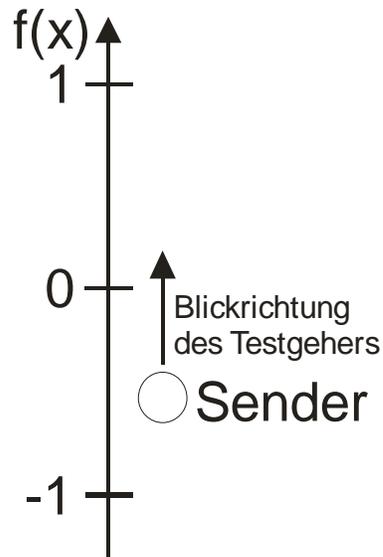
- **Wenn ihr wollt, könnt Ihr natürlich auch anfangen, die anderen Zeilen der Tabelle auszufüllen.**



Nr.	Skizze des Funktionsgraphen	Verhalten der Funktion an den markierten Punkten	Skizze des Tangentensteigungsgraphen	Verhalten der Tangentensteigungsfunktion an den markierten Punkten
1a				
2a				
3a				

Nr.	Skizze des Funktionsgraphen	Verhalten der Funktion an den markierten Punkten	Skizze des Tangentensteigungsgraphen	Verhalten der Tangentensteigungsfunktion an den markierten Punkten
1b				
2b				
3b				

Tippkarte Level 1



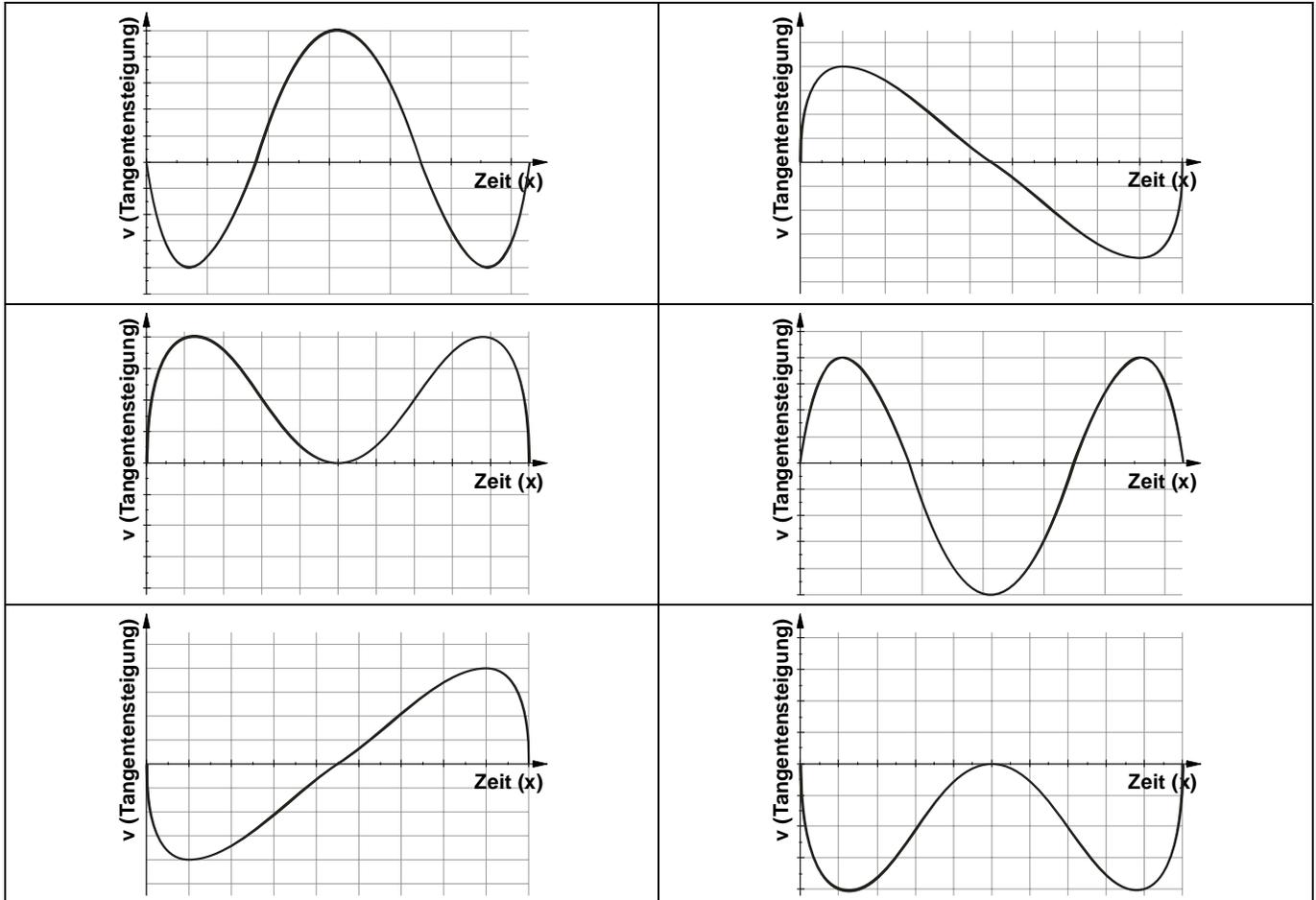
Empfänger

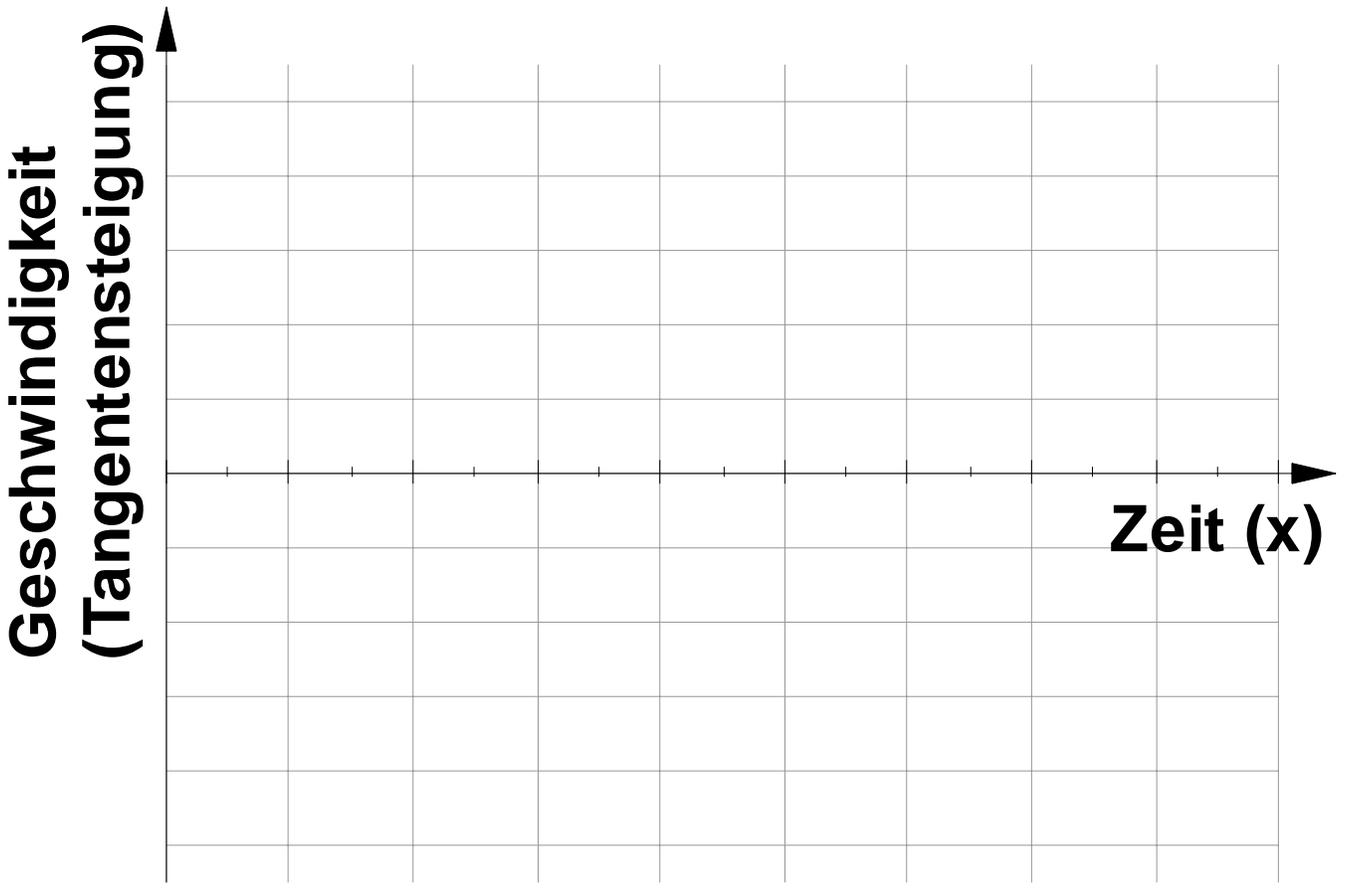
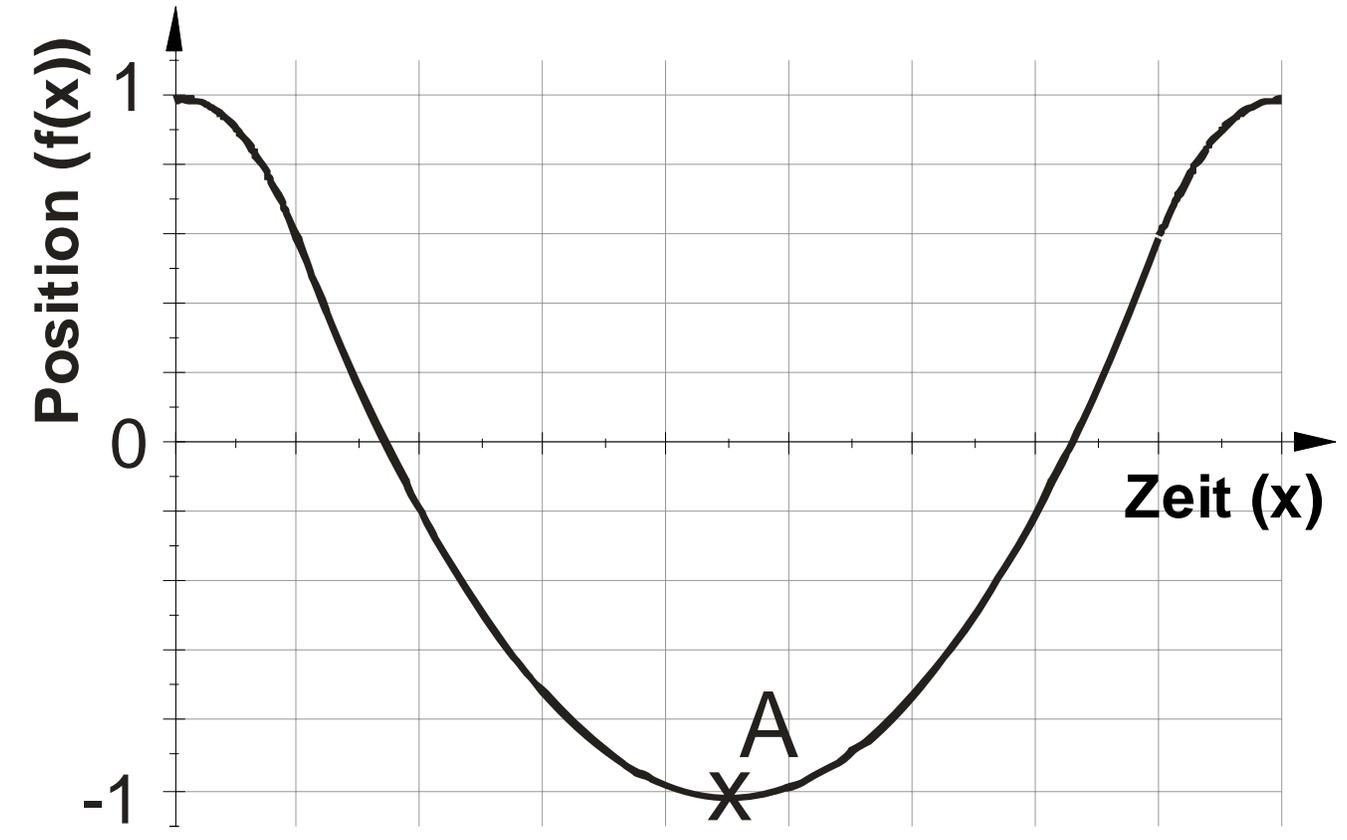
Eine der Bewegungsbeschreibungen passt zu Eurem Funktionsgraphen:

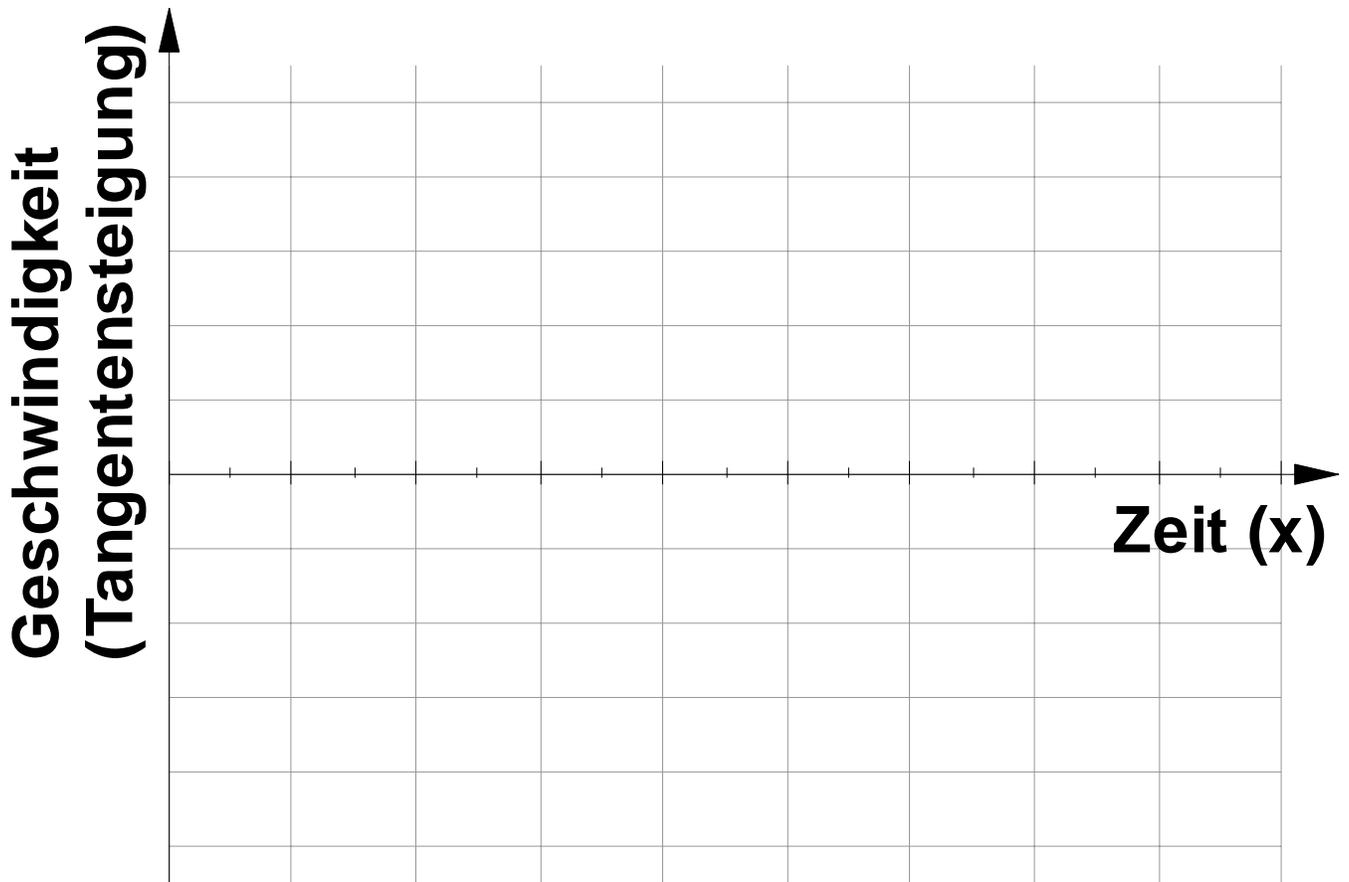
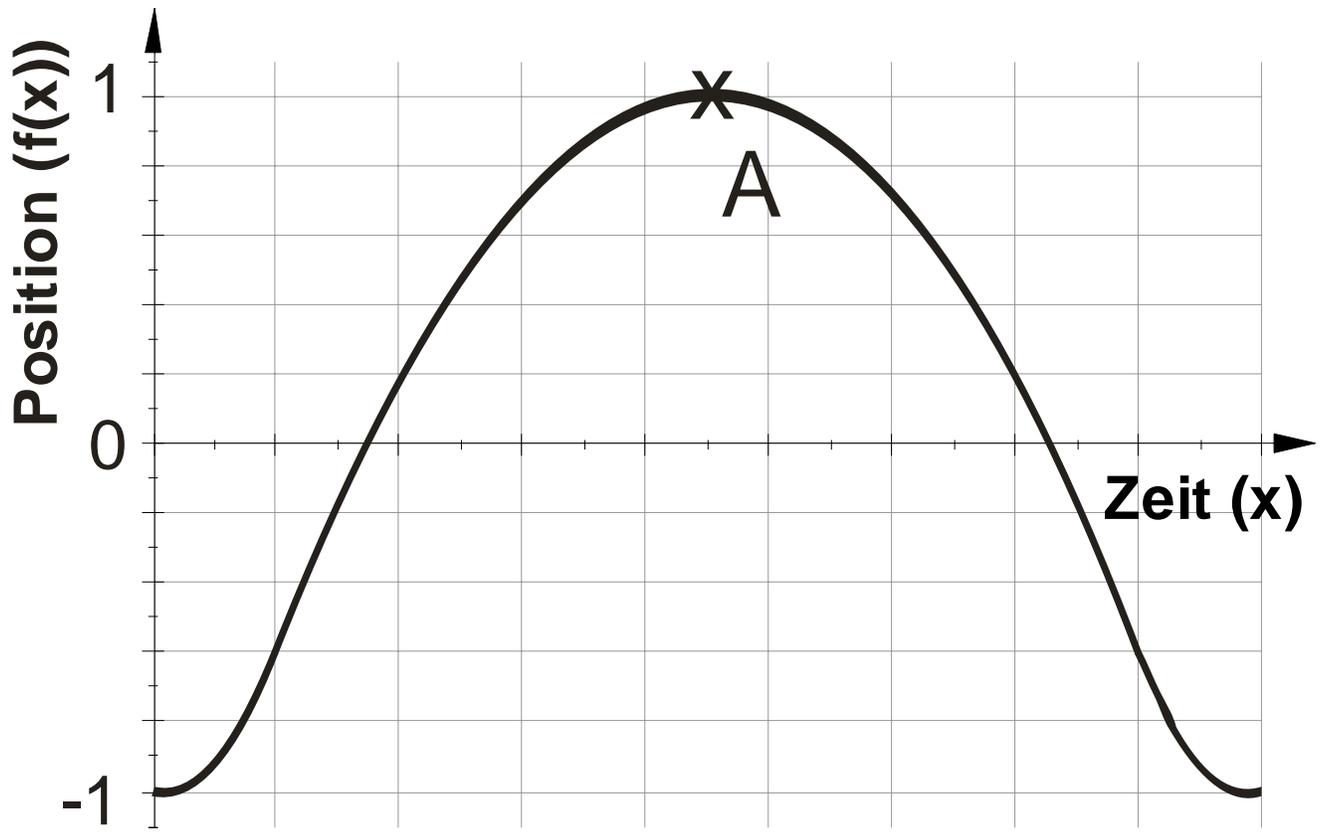
- - Start bei Position 0 mit Rückwärtsbewegung bis Position -1
- Vorwärtsbewegung zur Position 1
- Rückwärtsbewegung zur Position 0 und Anhalten bei Position 0
- - Start bei Position 1 mit Rückwärtsbewegung zur Position 0 und kurzem Stopp bei Position 0
- Rückwärtsbewegung zur Position -1 und Anhalten bei Position -1
- - Start bei Position -1 mit Vorwärtsbewegung bis Position 1
- Rückwärtsbewegung zur Position -1 und Anhalten bei Position -1.
- - Start bei Position 0 mit Vorwärtsbewegung bis Position 1
- Rückwärtsbewegung bis Position -1
- Vorwärtsbewegung zur Position 0 und Anhalten bei Position 0.
- - Start bei Position -1 mit Vorwärtsbewegung zur Position 0 und kurzem Stopp bei Position 0
- Vorwärtsbewegung zur Position 1 und Anhalten bei Position 1
- - Start bei Position 1 mit Rückwärtsbewegung bis Position -1
- Vorwärtsbewegung zur Position 1 und Anhalten bei Position 1.

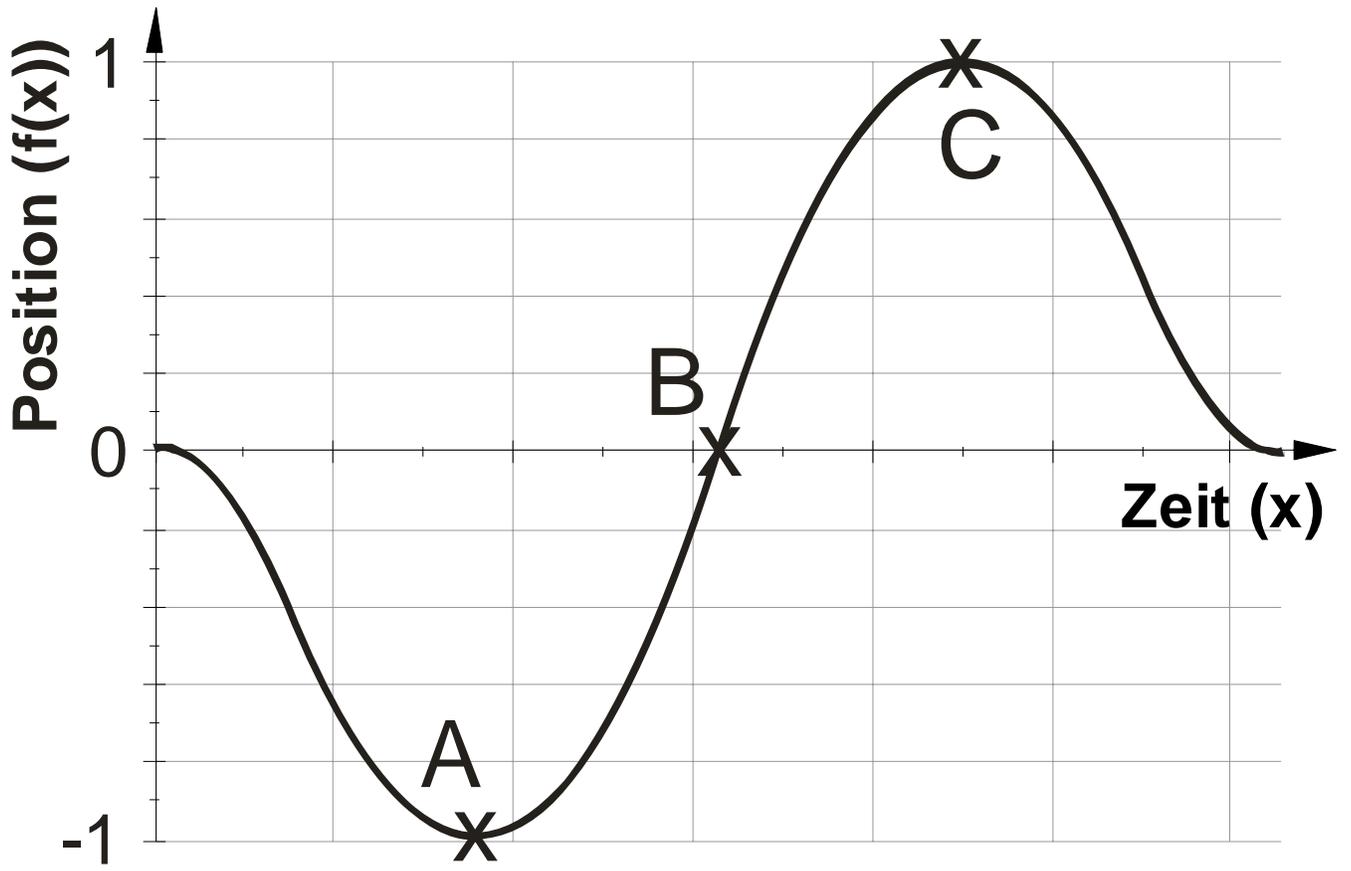
Tippkarte Level 2

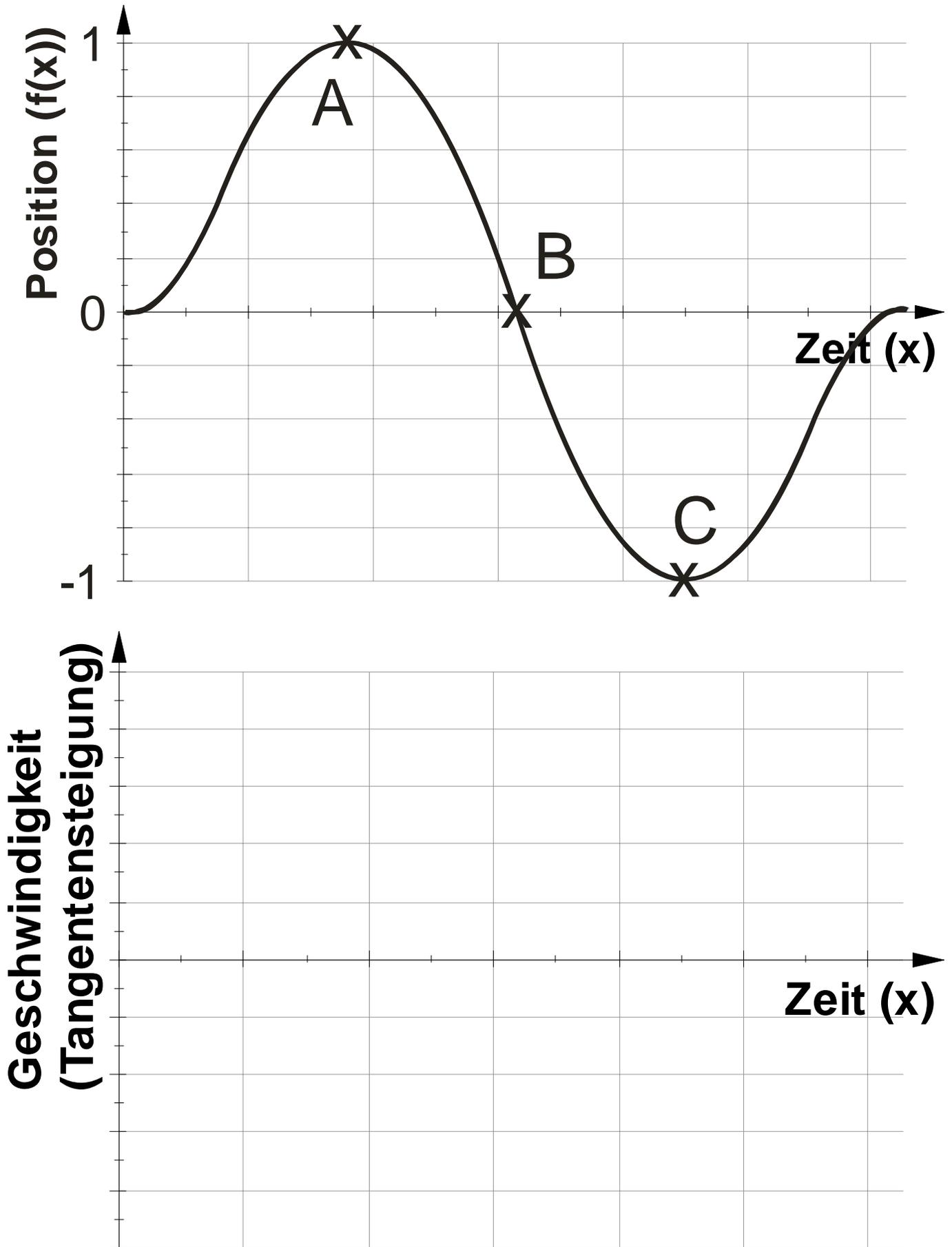
Einer der Graphen entspricht eurem Geschwindigkeitsgraph bzw. Tangentensteigungsgraph:

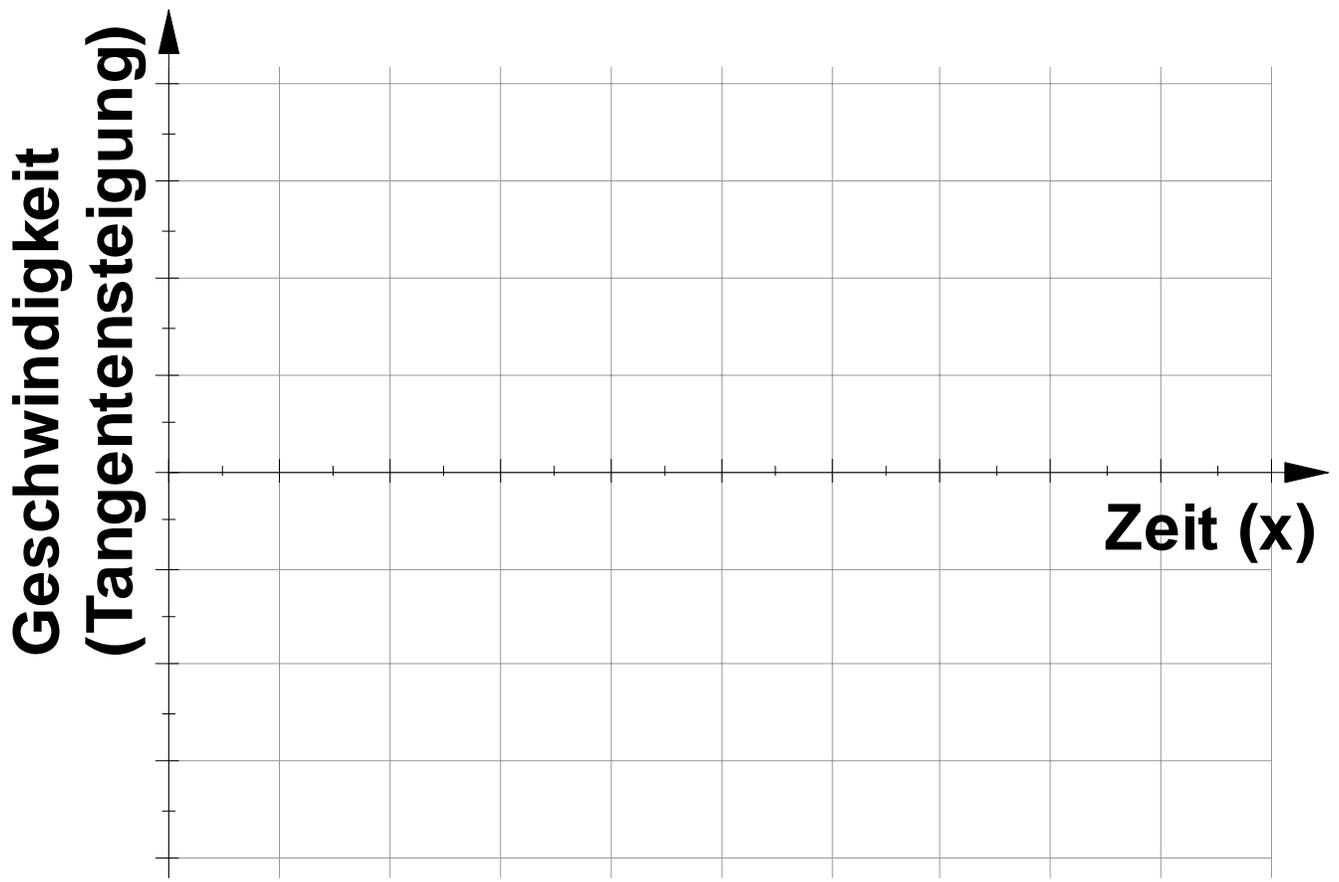
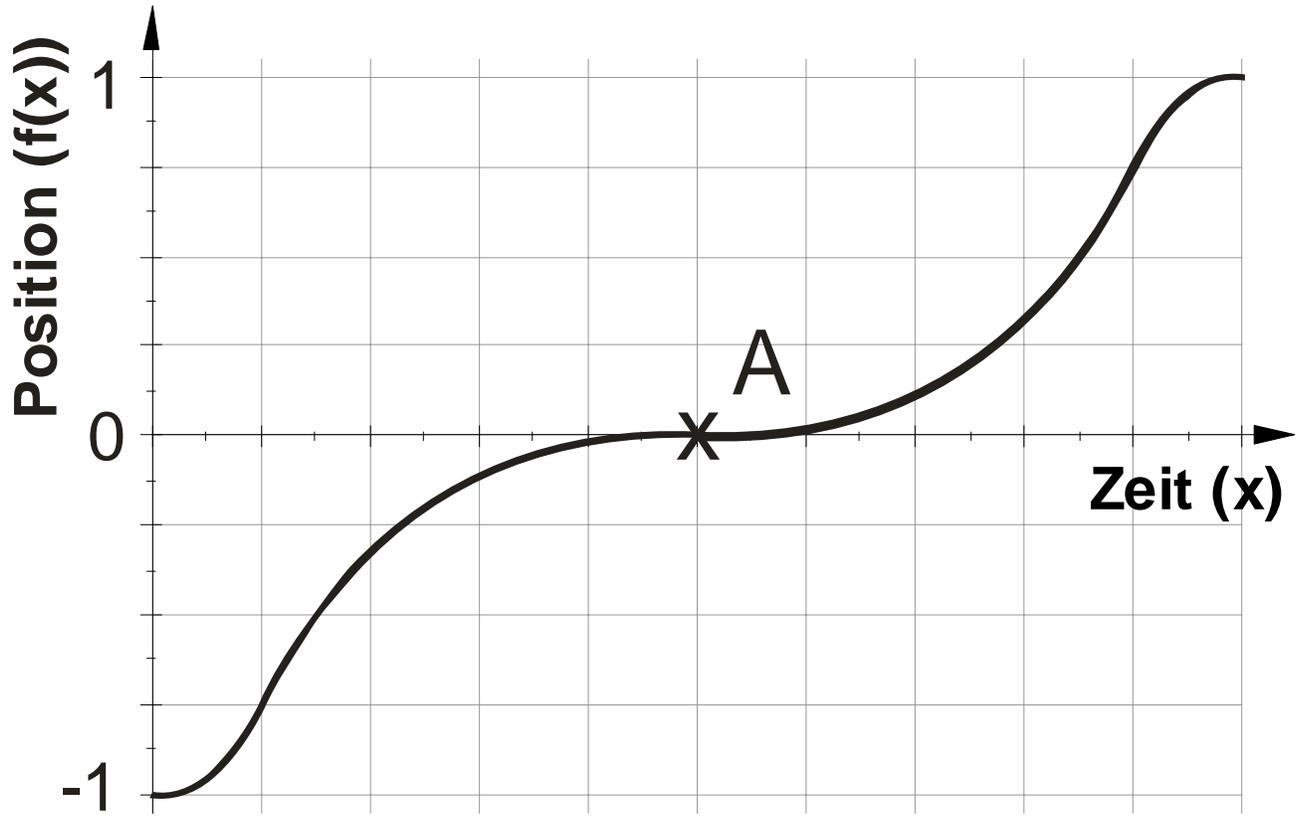


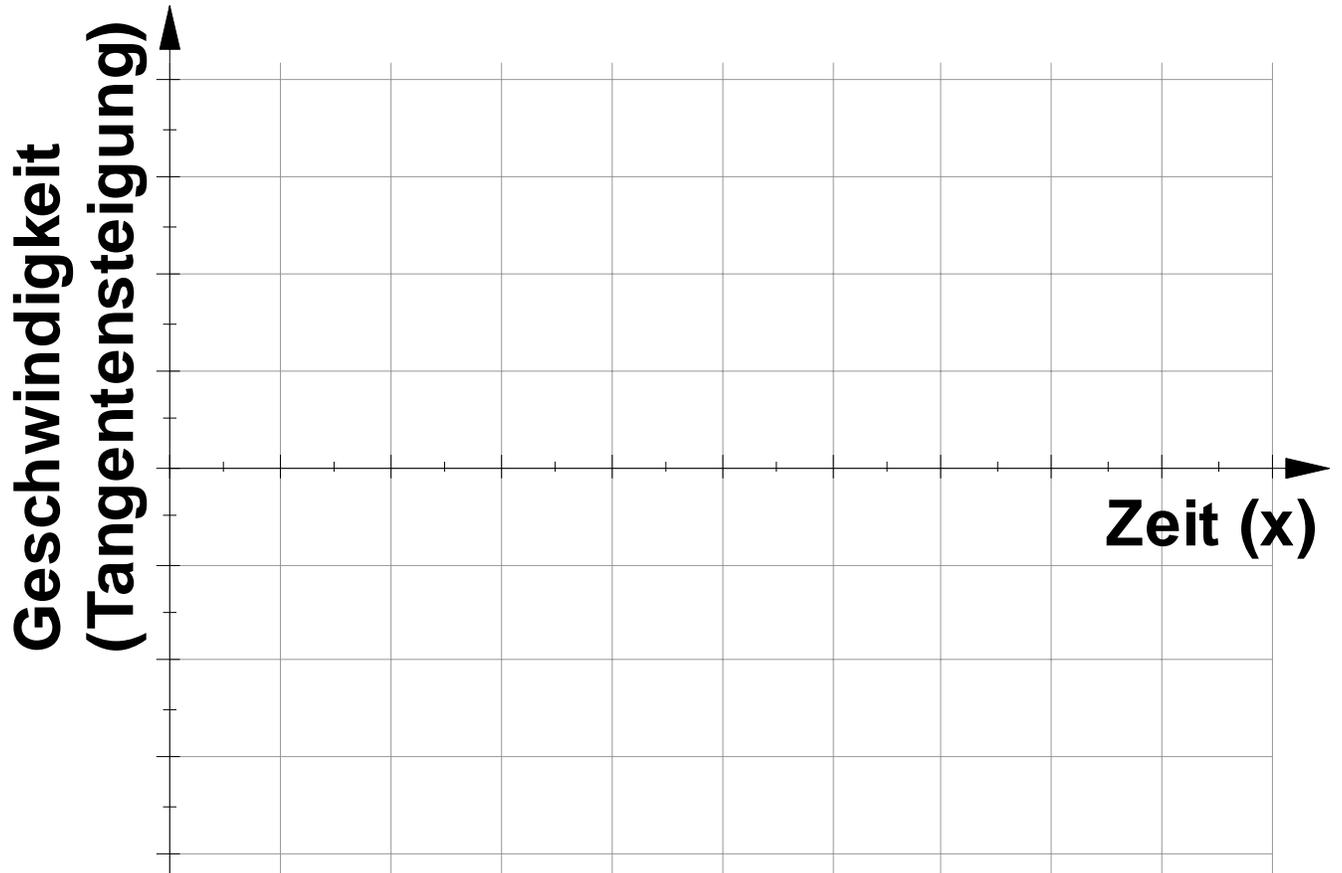
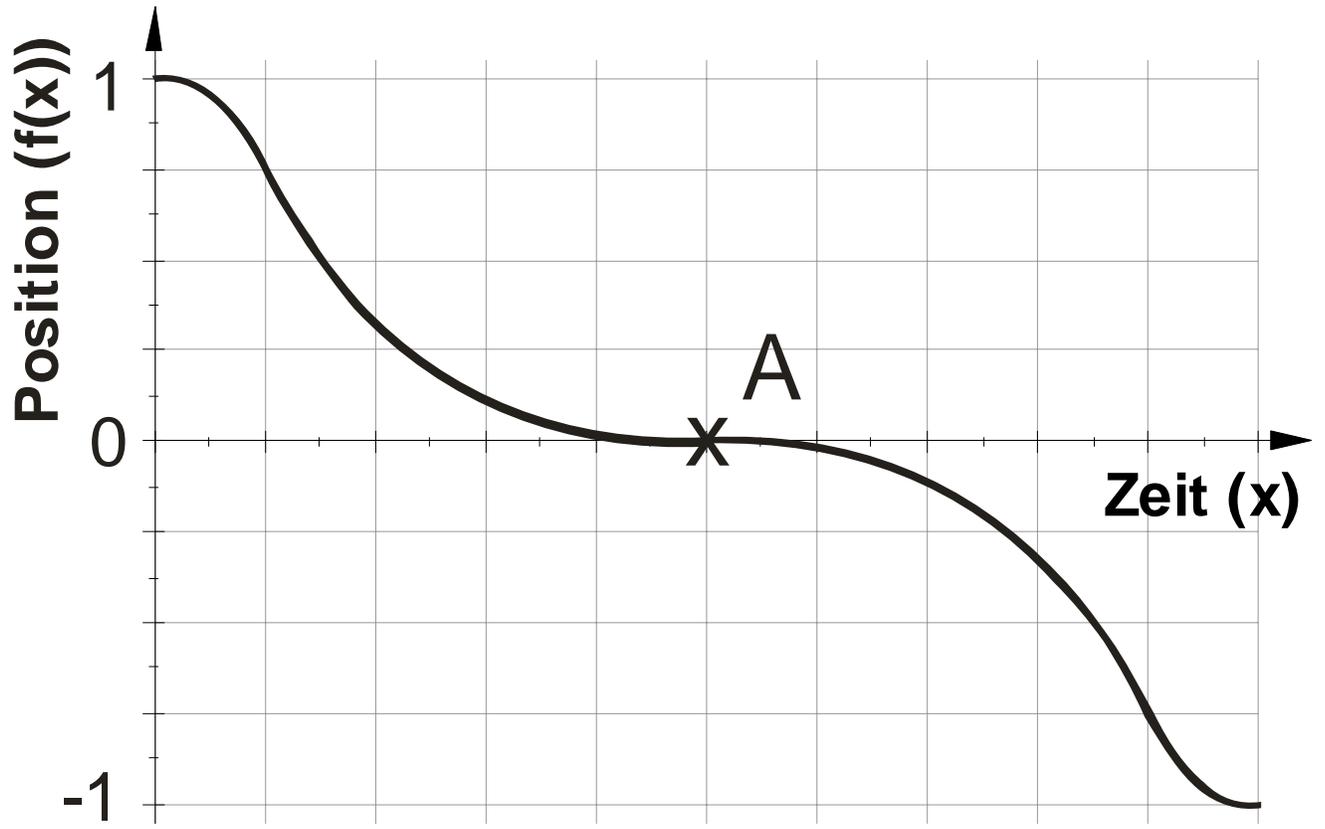






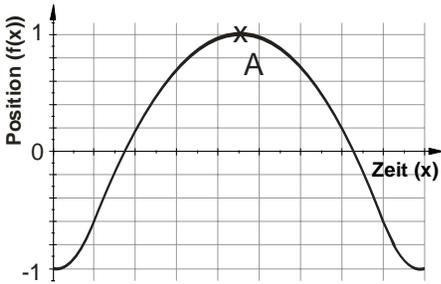
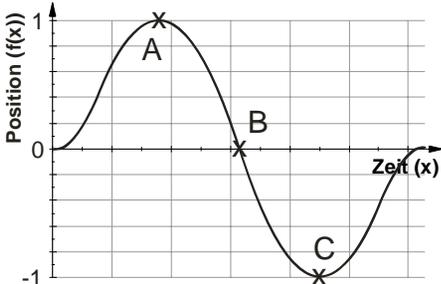
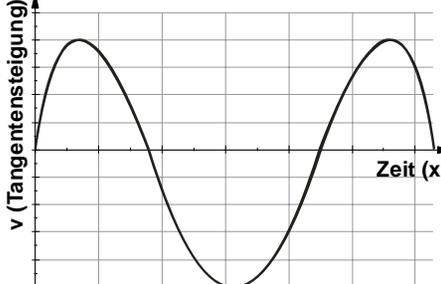






Lösung

Nr.	Skizze des Funktionsgraphen	Verhalten der Funktion an den markierten Punkten	Skizze des Tangentensteigungsgraphen	Verhalten der Tangentensteigungsfunktion an den markierten Punkten
1a				
2a				
3a				

Nr.	Skizze des Funktionsgraphen	Verhalten der Funktion an den markierten Punkten	Skizze des Tangentensteigungsgraphen	Verhalten der Tangentensteigungsfunktion an den markierten Punkten
1b				
2b				
3b	