

## **Schriftliche Planung der ersten unterrichtspraktischen Prüfung gem. § 59 OVP**

**Fach:** Mathematik

**Referendar:** [REDACTED]

**Datum:** 11.10.2007

**Schule:** [REDACTED]

**Lerngruppe:** 6b (23 Schüler/11 Schülerinnen)

**Zeit:** 2. Stunde (8.50 Uhr bis 9.35 Uhr)

**Raum:**

**Fachlehrer:** [REDACTED]

**Prüfungsausschuss:**

**Vorsitzender:** [REDACTED]

**Bekannte Seminarausbilderin:** [REDACTED]

**Fremder Seminarausbilder:** [REDACTED]

**Weiterer Schulvertreter:** [REDACTED]

**Thema der Unterrichtsreihe:** „Wie kann man ein Ganzes aufteilen und mit den Teilen rechnen?“ - Anwendungsorientierte Erarbeitung der Aspekte der Bruchrechnung

**Thema der Unterrichtsstunde:** „Wie viel Pizza wurde insgesamt gegessen?“ - Erarbeitung der Addition von ungleichnamigen Brüchen in Kleingruppen anhand einer anschaulichen Problemstellung.

**Kernanliegen der Unterrichtsstunde:** Die Schüler und Schülerinnen (SuS) sollen weitestgehend selbstständig erarbeiten, dass die Addition von ungleichnamigen Brüchen durch Umformen der ungleichnamigen Brüche in gleichnamige Brüche erfolgen kann.

### **Teilziele der Stunde:**

- Die SuS sollen die anwendungsbezogene Problemstellung in eine mathematische Fragestellung überführen und in Teams selbstständig eine Lösung erarbeiten.
- Die SuS sollen ihre Lösung mit dem verfügbaren anschaulichen Material durch „Probieren und Messen“ überprüfen.
- Die SuS sollen über geeignete Lösungswege untereinander diskutieren.
- Die SuS sollen versuchen, eine Regel zur Addition von ungleichnamigen Brüchen eigenständig zu verbalisieren.
- Die SuS sollen ihre Ideen und Ergebnisse exemplarisch im Plenum präsentieren und diskutieren.

## Begründung der Entscheidungen

Ich unterrichte die Lerngruppe mit 23 Jungen und 11 Mädchen seit dem 5.9.2007 kontinuierlich mit 4 Stunden pro Woche. Im vergangenen Schulhalbjahr habe ich die SuS bereits in einigen Unterrichtssequenzen kennen gelernt. Sowohl in den von mir als auch in den vom Fachlehrer geführten Stunden habe ich die Klasse dabei als sehr lebhaft wahrgenommen. Die überdurchschnittliche Unruhe in der Klasse ist meiner Meinung nach in erster Linie auf die Klassengröße zurückzuführen, die mit 34 SuS außergewöhnlich groß ist. Ich habe aber die Erfahrung gemacht, dass diese Tendenz zur Unruhe durch die aktive Einbeziehung aller SuS in den Unterricht z.B. durch häufige selbstständige Erarbeitungsphasen gut kompensiert werden kann. Aufgrund der Klassengröße ist auch der Klassenraum sehr beengt und Umgruppierungen mittels Umstellen der Tische problematisch. Ich habe mich dennoch entschlossen, die Stunde nicht in einen anderen größeren Raum zu verlegen, da ich die SuS nicht aus ihrer gewohnten Umgebung bringen und eine Stunde unter den sonst üblichen Rahmenbedingungen halten möchte.

Die geplante Stunde fügt sich in eine von mir in Absprache mit dem Fachlehrer entwickelte Unterrichtsreihe ein, deren Gegenstände der Begriff des Bruchs und die verschiedenen Rechenoperationen mit Brüchen sind. Die Unterrichtsthemen und Unterrichtsgegenstände richten sich dabei nach den Kompetenzerwartungen, die in dem Kernlehrplan für Mathematik in der Sekundarstufe I an Gymnasien (G8) formuliert sind [Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW 2007, S. 18 - 23]. Die folgende Tabelle bietet eine Übersicht, wie sich die Stunde in die Reihe einliedert:

Datum	Thema/Gegenstand der Stunde
31.8.2007	Der Begriff des Bruchs, Darstellung von Brüchen
6.9.2007	„Ist $\frac{1}{2}$ , $\frac{2}{4}$ , $\frac{3}{6}$ Pizza gleich viel?“ - Erweitern und Kürzen von Brüchen
7.9.2007	Übungsstunde (Erweitern und Kürzen)
12.9.2007	Übungsstunde (Erweitern und Kürzen)
13.9.2007	„Welcher Bruch ist größer?“ – Vergleichen von Brüchen
14.9.2007	„Der größere Bruch gewinnt“ - Übungsstunde zum Vergleichen von Brüchen
18.9.2007	„Eine Bruchzahl hat viele Gesichter (viele Brüche)“ – Darstellung von Brüchen am Zahlenstrahl, Bruchzahlbegriff
19.9.2007	Übungsstunde (Bruchzahlen)
20.9.2007	„Wie kann man 2 Pizzas auf 3 Personen aufteilen“ – Brüche als Quotient zweier natürlicher Zahlen
21.9.2007	Übungsstunde (Brüche als Quotient zweier natürlicher Zahlen)
11.10.2007	<b>„Wie viel Pizza wurde insgesamt gegessen?“ – Addition von ungleichnamigen Brüchen.</b>

12.10.2007	Übungstunde, Subtraktion von Brüchen
16.10.2007	Multiplikation von Brüchen mit natürlichen Zahlen
17.10.2007	Division von Brüchen mit natürlichen Zahlen
18.10.2007	Multiplikation von Brüchen mit Brüchen
19.10.2007	Division von Brüchen durch Brüche
Weitere Übungsstunden	

Die Unterrichtsreihe wurde von mir so konzipiert, dass die SuS die einzelnen Unterrichtsgegenstände jeweils selbstständig mittels Arbeitsblättern in Kleingruppen ausgehend von einer anschaulichen Problemstellung erarbeiten können. Hierdurch werden alle SuS aktiv in den Unterricht einbezogen und können ihre Kompetenzen zur selbstständigen Lösung von Problemen ausbauen.

Die geplante Stunde folgt diesem Konzept, indem auch diesmal zunächst eine anschauliche Problemstellung den Unterrichtsgegenstand (die Addition von ungleichnamigen Brüchen) zum Thema der SuS werden lässt. Im Folgenden will ich näher auf den geplanten Verlauf der Stunde eingehen und meine Entscheidungen diesbezüglich begründen.

Ich habe mich entschlossen, die Stunde mit einem kurzen Kopfrechnentraining zu beginnen, welches im Einzelnen nicht unbedingt mit dem Thema der Stunde zusammen hängt. Mit Hilfe dieses Einstiegsrituals, das den SuS bereits aus den vergangenen Stunden bekannt ist, startet der Unterricht direkt mit einer hohen Konzentration und Beteiligung der SuS. Ich hoffe auf diese Weise die in der Pause entstandene Unruhe zu dämpfen und die SuS auf das Fach Mathematik einzustimmen. Darüber hinaus denke ich, dass die Situation der Prüfung auch für die SuS anspannend wirkt und durch ein bekanntes Ritual gelockert werden kann.

Das Thema der Stunde soll mit einer anschaulichen Problemstellung (siehe Arbeitsblatt) mittels einer Overheadfolie entfaltet werden. Ich habe mich entschlossen den Unterrichtsgegenstand mit Hilfe von Pizzateilen auf einem rechteckigen Blech zu veranschaulichen, da auf diese Weise geeignete Grundvorstellungen zur Addition von Brüchen gebildet werden können. Einerseits können die Schüler die Addition auf diese Weise als Zusammenfügen oder Hinzufügen auffassen und andererseits aber auch als Vorwärtsschreiten verstehen, da die rechteckigen Bleche eine Art Zahlenstrahl mit gleichmäßigen Einteilungen zwischen Null und Eins darstellen. Beide Grundvorstellungen werden z.B. von Günther Malle in einem Artikel in der Zeitschrift „Mathematik lehren“ aufgeführt [Malle 2004, S 6]. Die anschauliche Präsentation durch Pizzastücke, gibt dem stofflichen Gegenstand meiner Meinung nach eine gewisse Gegenwartsbedeutung für die SuS, da Pizzastücke aus ihrer individuellen Alltagswelt stammen. Die Idee geht letztendlich auf Leen Streefland zurück [Streefland 1986, S. 8-11]. Ich halte die von mir gewählte Problemstellung darüber hinaus als besonders sinnvoll, da sie die formale abstrakte Rechenoperation und die Brüche als bloße Zahlensymbo-

le direkt mit der anschaulichen Darstellung von Anteilen verknüpft. Auf diese Weise denke ich Fehlvorstellungen von Brüchen bzw. Bruchzahlen, die z.B. von Prediger oder Hasemann beschrieben werden, vorzubeugen [Hasemann 1986, S.16-19 und Prediger 2007]. Das von mir erstellte Arbeitsmaterial ermöglicht den Schülern neben dem symbolischen und ikonischen Zugang, der im wesentlichen auf den Arbeitsblättern geschieht auch einen handlungsorientierten und somit enaktiven Zugang zum Unterrichtsgegenstand, da die Pizzastücke als Folien vorliegen, die die SuS durch das Auflegen auf Blätter mit verschiedenen eingeteilten Pizzablechen anschaulich addieren können. Die didaktische Relevanz dieser Vorgehensweise, welche auch als E-I-S System bezeichnet wird und auf den Psychologen Jerome Bruner zurückgeht, beschreibt z.B. Heske im Buch Mathematik Didaktik von Leuders [Leuders 2003]. Das Auffinden eines Blechs, das eine feinere Unterteilung von beiden Pizzateilen zulässt und das anschließende Abzählen der feineren Teile der zusammengesetzten Pizzastücke führen letztendlich zu einer anschaulichen Vorstellung der Addition von ungleichnamigen Brüchen. Eine ähnliche Vorgehensweise schildert z.B. auch Padberg in seinem Buch Didaktik der Bruchrechnung [Padberg 200, S.83-86].

Der Verlauf der Stunde gliedert sich im Wesentlichen in drei Phasen.

In der ersten Phase wird das Problem im Plenum entfaltet und Verständnisfragen werden geklärt. Zum einen dient diese Phase dazu, annähernd gleiche Voraussetzungen für die anschließende Bearbeitung des Problems zu schaffen und eine gemeinsame Motivation für die Bearbeitung des Problems aufzubauen. Zum anderen können sich die SuS in dieser Phase für kurze Zeit individuell mit der Problemstellung und möglichen Lösungswegen beschäftigen, wodurch die Kompetenz des selbstständigen Problemlösens gefördert wird.

In der nächsten Phase folgt die tiefer gehende Erarbeitung einer Lösung in Vierer- bzw. Dreiergruppen. Ich habe mich bewusst für diese Gruppengröße entschieden, da sie einerseits eine kooperative Erarbeitung und optimale Ausnutzung des Materials ermöglicht und andererseits aufgrund der vorhandenen Sitzordnung einfach koordiniert werden kann. Sicherlich wäre es an dieser Stelle auch denkbar, zunächst eine Erarbeitung in Partnerarbeit zu ermöglichen. Aufgrund des geringeren Ideenaustausch untereinander und des wesentlich höheren Materialaufwands habe ich mich jedoch dagegen entschieden. Für die Erarbeitung des Problems habe ich zwei Arbeitsblätter vorgesehen, wobei ich zu Beginn der Bearbeitungsphase darauf hinweisen werde, dass das zweite Arbeitsblatt eine vertiefende Bearbeitung des Problems umfasst und erst nach Bearbeitung der ersten entfalteten Problemstellung für die jeweilige Gruppe zur Verfügung steht. Auf diese Weise hoffe ich, dem individuellen Fortschritt der Gruppen entgegen zu kommen und eine gewisse Binnendifferenzierung zu erzielen. Auf dem zweiten Arbeitsblatt entfaltet sich meiner Meinung nach die Hauptschwierigkeit der Stunde. Ich erwarte, dass die SuS die meisten Probleme bei der Formulierung einer allgemeinen Regel haben, die sie zur Lösung des Problems benutzt haben. Wahrscheinlich wird es nicht allen SuS gelingen ihre Lösung ausführlich und mit Worten als allgemeine Regel niederzuschreiben. Meine Vermutung beruht dabei auf den

Erfahrungen, die ich in den vergangenen Stunden gemacht habe. Obwohl die SuS in diesen mehrmals eine Regel oder Lösung eigenständig formulieren mussten, gelang es einige Male nicht, da manche SuS zu komplizierte oder nur unzureichende Formulierungen fanden. In diesen Fällen konnte dann erst eine Regel, die alle SuS zufrieden stellte, mit meiner Hilfe formuliert werden. Eventuell werde ich auch in der hier dargestellten Stunde ein wenig Hilfestellung geben, wenn das Auffinden einer Formulierung den SuS nicht eigenständig gelingt, um eine zu langatmige und frustrierende Phase der Sicherung zu vermeiden.

In der dritten Phase sollen einzelne SuS exemplarisch Lösungen und Ergebnisse der Gruppen im Plenum vorstellen. Hierbei sollen die SuS gemeinsam über geeignete Lösungen diskutieren und das verwendete Arbeitsmaterial, welches vergrößert als Overheadfolien vorliegt, zur Bestätigung oder zum Widerlegen von Lösungen und Ergebnissen verwenden. Am Ende dieser Phase werde ich versuchen die Essenz der SuS Lösungen auf einer Folie, die den Arbeitsblättern der SuS entspricht festzuhalten, so dass alle SuS neben den eigenen Formulierungen auch eine einheitliche korrekte Formulierung auf ihrem Arbeitsmaterial notieren können. Je nach Verlauf der Erarbeitungsphase und dem damit verbundenen präsentierten Lösungsansätzen werde ich mögliche Fehlvorstellungen von Lösungsansätzen auch selbst zur Diskussion stellen (z.B. „Warum kann man nicht einfach die Zähler und Nenner addieren?“), die mit dem Arbeitsmaterial falsifiziert werden können. Auf diese Weise will ich möglichen vorhandenen aber nicht von den SuS thematisierten Fehlvorstellungen entgegenwirken.

Je nach zeitlichem Verlauf der Stunde werde ich ein weiteres Arbeitsblatt ausgeben, welches zur Vertiefung und Festigung der Erkenntnisse über die Addition von ungleichnamigen Brüchen dienen soll. Die Fertigstellung des Arbeitsblatts ist letztendlich als Hausaufgabe vorgesehen, damit sich alle SuS zu Hause noch einmal individuell mit dem Thema befassen können.

#### Literatur

Klaus Hasemann, *Bruchvorstellungen und die Addition von Bruchzahlen*, Mathematik lehren, Heft Nr. 16, 1986

Timo Leuders, *Mathematik Didaktik – Praxisbuch für die Sekundarstufe I und II*, Cornelsen, Berlin, 2003, ISBN 3-589-21695-6

Günther Malle, *Grundvorstellungen zu Bruchzahlen*, Mathematik lehren, Heft Nr. 123, Erhard Friedrich Verlag, 2004

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, *Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrheinwestfalen Mathematik*, Ritterbach, Frechen, 2007

Susanne Prediger, *Inhaltliches Denken stärken – Vorstellungen entwickeln*, Vortrag beim Workshop Mathematik für alle, 2007

Friedhelm: Padberg, *Didaktik der Bruchrechnung*, 2. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, 2002.

Leen Streefland, *Pizzas – Anregungen ja schon in der Grundschule*, Mathematik lehren, Heft Nr. 16, 1986

Verlaufsplan der Unterrichtsstunde von		Klasse / Kurs 6b	am 11.10.2007	um: 08:50
Thema: „Wie viel Blech Pizza hat jeder insgesamt gegessen“ – Erarbeitung der Addition von ungleichnamigen Brüchen				
Unterrichtsphasen	Handlungsschritte im Arbeits- und Lernprozess und Inhaltsbezüge	Vermittlungsaspekte: Arbeits- und Sozialformen / Medien und Materialien	Funktionen der Handlungsschritte bzw. die von den Schüler/innen zu erwerbenden Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten („LERNZIELE“)	
<b>Einstiegsphase</b>	Kopfrechnenübung  Präsentation der Problemstellung  Kurze Ruhephase, um die Problemstellung individuell zu verinnerlichen Klären von Verständnisfragen Verteilen des ersten Arbeitsmaterials Hinweis auf die Möglichkeit weiteres Material zur Vertiefung abholen zu können	Plenum, Lehrervortrag, Folie	<i>Einstimmung auf das Fach Mathematik, Aufbauen einer konzentrierten Atmosphäre  Motivationsaufbau durch eine anwendungsbezogene Problemstellung  Transparenz des Stundenthemas</i>	
<b>Erarbeitung</b>	Erarbeitung einer Lösung in Dreier- und Vierergruppen mittels des Arbeitsmaterials  Erarbeitung einer verallgemeinerten Lösung mittels weiteren Arbeitsmaterials je nach Leistungsfortschritt	Arbeitsblatt, Pizzafolien und verschieden eingeteilte Pizzableche Arbeitsblatt Gruppenarbeit	Die SuS sollen die Problemstellung in eine mathematische Fragestellung überführen und eigene Lösungsstrategien entwickeln  Die SuS sollen ihre Lösungsstrategien und Ergebnisse handlungsorientiert mittels des Materials überprüfen und in Kleingruppen diskutieren  Die SuS sollen versuchen, eine allgemeine Regel für die Addition von ungleichnamigen Brüchen eigenständig zu verbalisieren.	
<b>Ergebnissicherung</b>	Präsentation und Diskussion einzelner Lösungsschritte und Ergebnisse.  Einigung auf eine geeignete Lösungsstrategie zur Addition von ungleichnamigen Brüchen	SV, Plenum, Folie	Die SuS sollen exemplarisch Lösungsideen und Ergebnisse im Plenum diskutieren und evaluieren.  Die SuS sollen eine geeignete Lösungsstrategie festhalten.	
<b>Vertiefung und ggf. Anwendung</b>	Bearbeitung eines Arbeitsblatts in zweier Gruppen	Partnerarbeit, Arbeitsblatt	Die SuS sollen die erarbeitete Lösungsstrategie auf ähnliche Aufgaben übertragen und so den Unterrichtsgegenstand vertiefen und festigen.	
<b>Stundenausstieg</b>	Kurze Zusammenfassung der Stunde, Ausblick auf die nächste Stunde und Stellen der Hausaufgabe: Fertigstellung des Arbeitsblatts	Lehrervortrag	<i>Transparenz der Stunde und des weiteren Vorgehens</i>	




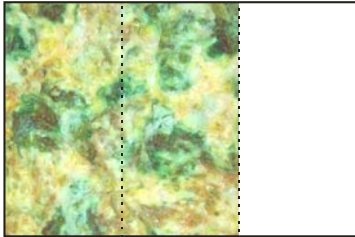
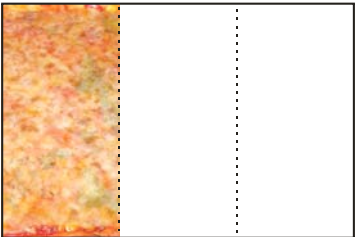
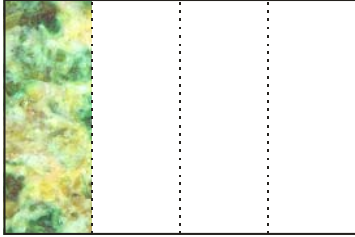
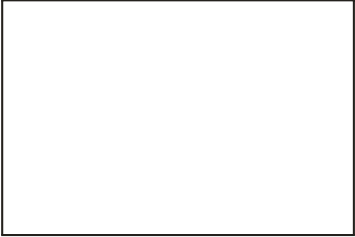
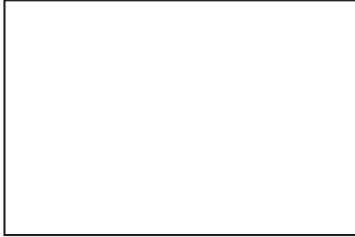


Mia, Martin, Siggi und Sina gehen in eine Pizzeria. Mia und Martin bestellen sich zusammen ein Blech Pizza Margherita und Siggi und Sina teilen sich ein Blech Pizza Spinachi. Keins der Bleche mit Pizza wird allerdings leer gegessen. Mia isst  $\frac{1}{2}$  und

Martin  $\frac{1}{3}$  Blech Pizza Margherita (siehe Tabelle unten). Siggi schafft  $\frac{2}{3}$  und Sina  $\frac{1}{4}$  Blech Pizza Spinachi.

- Nun fragen sich die Vier, wie viel Blech Pizza Margherita und wie viel Blech Pizza Spinachi insgesamt gegessen wurde.

*Könnt Ihr ihnen helfen?*

 Pizza Margherita	 Pizza Spinachi
<div>Mia</div> <div>  <math display="block">\frac{1}{2}</math> </div>	<div>Siggi</div> <div>  <math display="block">\frac{2}{3}</math> </div>
<div>Martin</div> <div>  <math display="block">\frac{1}{3}</math> </div>	<div>Sina</div> <div>  <math display="block">\frac{1}{4}</math> </div>
<div>Insgesamt</div> <div>  </div>	<div>Insgesamt</div> <div>  </div>

... Um die Lösung zu finden oder zu überprüfen, könnt ihr die verschieden eingeteilten Pizzableche und die Pizzafolien benutzen ...

Im nächsten Schritt sollt Ihr versuchen, die Rechnung, die zur Lösung des Pizzaproblems führt, ausführlich aufzuschreiben:

Aufgabe	Zwischenschritt	Ergebnis
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$		
$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$		

Bestimmt könnt Ihr nun auch mit Worten erklären, wie **ungleichnamige Brüche** richtig addieren werden ..

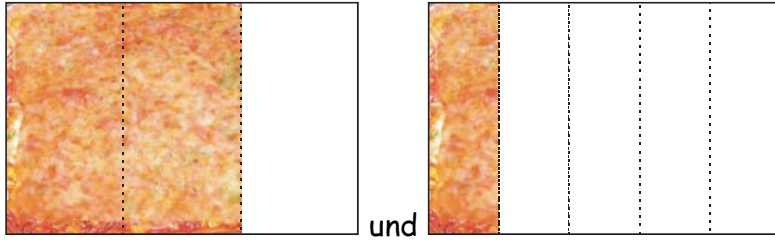
Versucht eine allgemeine Regel für das Addieren von ungleich-  
namigen Brüchen im unteren Kasten aufzuschreiben:

## Ungleichnamige Brüche werden addiert, indem



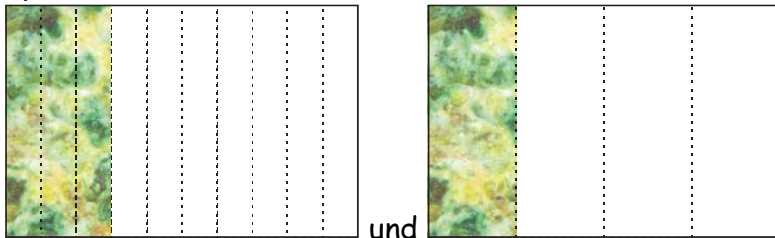
**Wie viel Blech Pizza ergeben die Stücke insgesamt? (Gib das Ergebnis als Bruch an)**

a)



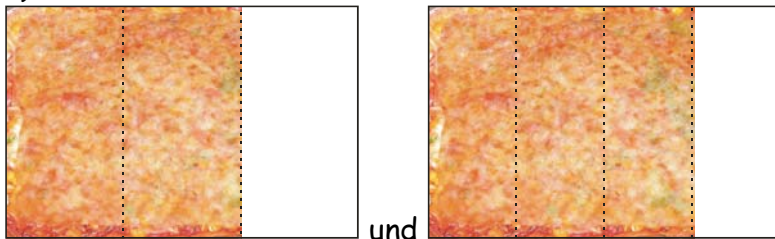
und

b)



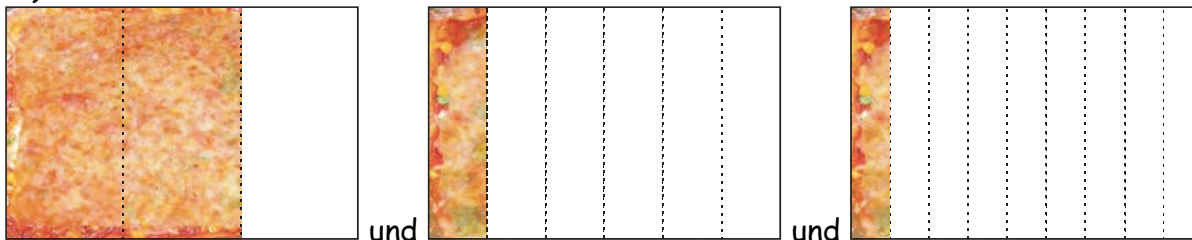
und

c)



und

d)

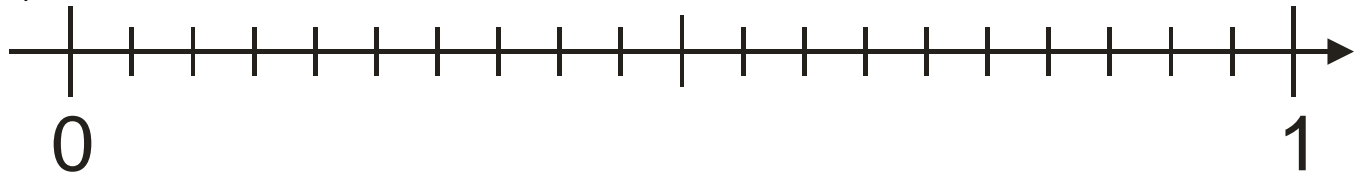


und

und

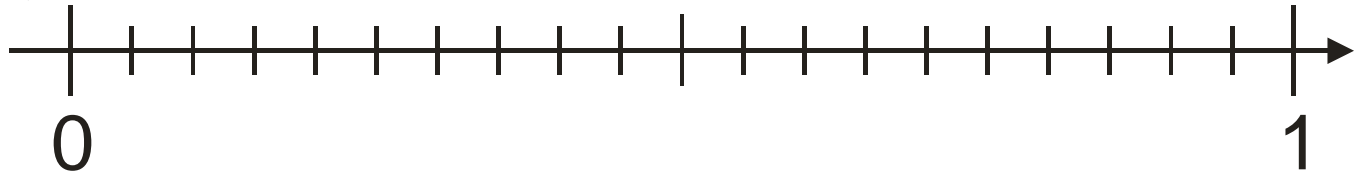
*Markiere die Brüche der Summanden und das Ergebnis der Addition auf dem Zahlenstrahl:*

a)



$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$$

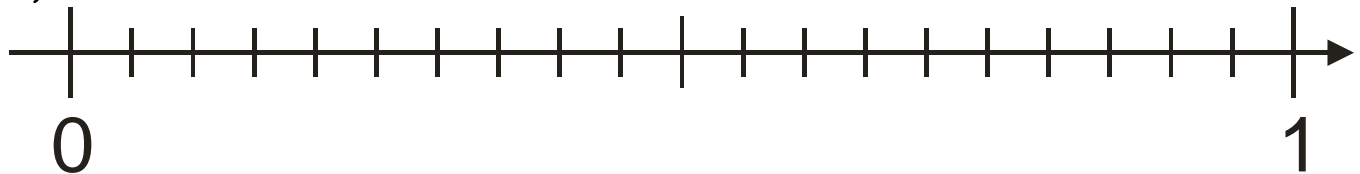
b)



$$\frac{7}{10} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

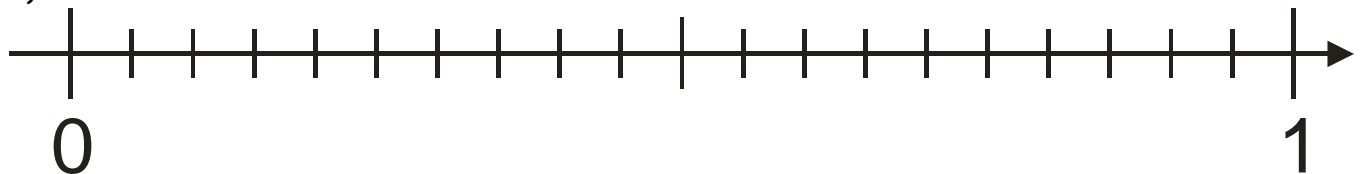
*Versuche die Erkenntnisse aus der Addition mit ungleichnamigen Brüchen auf die Subtraktion zu übertragen. Verwende den Zahlenstrahl zur Überprüfung deiner Rechnung.*

a)



$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} =$$

b)



$$\frac{3}{4} - \frac{3}{20} =$$